



استاد منتظری

مدیریت موسسه

MAG Harfeakhar .org
وبسایت رسمی موسسه حرف آخر

موسسه حرف آخر در سال ۱۳۹۰ با هدف ارائه جدیدترین تکنولوژی آموزش (پویا نمایی) کار خود را در زمینه آموزش دروس کنکور آغاز کرد.

آموزش فول انیمیشنی

تفاوت همینجاست

تدریس با استفاده از الگو به جای صدها تکنیک



01 جدیدترین جزوات و کتاب کارهای برترین اساتید کشور در مجله حرف آخر

02 هر هفته انگیزشی ترین مقالات مشاوره ای در رادیو حرف آخر

03 جدید ترین فیلم های آموزشی در فیلم خانه حرف آخر

با عرض سلام و درود بی پایان خدمت دانش آموزان عزیز حرف آخر

نحوه ی استفاده از کتاب مذکور در کنار لوح های فشرده ی مربوط به آن، جهت بهره وری بیشتر و صرفه جویی در وقت گرانبهایتان، به شرح زیر است:

هنگامی که لوح فشرده را داخل دستگاه قرار دادید و آماده ی دیدن یکی از جلسات آموزش هستید، کتاب کار را باز کرده و سوالات مربوط به آن جلسه را روبروی خود قرار دهید.

محتویات تدریس درون لوح فشرده از دو بخش تشکیل شده است: (۱) آموزش (۲) پرسش و پاسخ

اما محتویات درون کتاب کار شامل ۳ بخش می باشد:

۱- بخش درسنامه (نکات طلایی) که جای آن را برایتان خالی گذاشته ایم تا شما خلاصه ی آنچه را که از آموزش مفهوم (در لوح فشرده) دریافتید، در جای خالی بنویسید.

نکته: لطفاً بعد از تدریس هر مفهوم و قبل از پاسخ به پرسشها عمل خلاصه نویسی را انجام دهید. (در هنگام تدریس استاد، خلاصه نویسی ممنوع است)

۲- بخش پرسش که سوالات آن با ترتیبی که درون لوح فشرده تدریس شده است کاملاً منطبق می باشد. در این بخش قبل از اینکه استاد شروع به پاسخ دادن به پرسش نماید، سعی کنید خودتان آن را حل کنید و بعد از اطمینان از صحت پاسخ خودتان و مقایسه با پاسخ استاد، جواب را در کتاب کار بنویسید. اگر به هر دلیلی نتوانستید آن پرسش را پاسخ دهید یا به سختی به جواب رسیدید، پرسش مربوط را مارک دار کنید.

زیرا باید آن را ۳ بار و در سه زمان متفاوت حل کنید تا در آن مبحث به تسلط برسید.

۳- بخش سوم مربوط به پرسشهای تکمیلی است که معمولاً بعد از اتمام چند جلسه و کامل شدن یک مبحث درسی با آن مواجه می شوید. این بخش را برای رسیدن به تسلط و مهارت بیشتر برایتان آوردیم که با جواب دادن به آنها به تسلط خواهید رسید. پاسخ به این سوالات را می توانید از سایت دریافت نمائید.

با تشکر فراوان (گروه آموزشی حرف آخر)

حل نامعادلات خطی (اعمال روی بازه ها)

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را تعیین کنید.

$$x(x + \frac{1}{4}) > x^2 + 2x - \frac{1}{4}$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را تعیین کنید.

$$2x - 3 - \frac{1}{x-5} < x + 4 - \frac{1}{x-5}$$

مثال: م.ج نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$(\frac{1}{4}x + 4)(1 + \sqrt{x}) > x + x\sqrt{x}$$

مثال: اگر $a < 1$ ، مجموعه جواب نامعادله ی $ax \leq x$ را تعیین کنید و روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

مثال: برای نقطه ی $A(m+1, 3m-2)$ حدود m را چنان بیابید تا در ناحیه ی اول و بالای نیم ساز ربع اول و سوم قرار گیرد؟

مثال: م.ج نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$-\frac{1}{4} < 3 - 2x < x - 1$$

اعمال جبری روی بازه ها

$$[۲, ۶) \xrightarrow{+۳}$$

$$[۲, ۶) \xrightarrow{-۳}$$

$$[-۱, ۳] \xrightarrow{\times ۲}$$

$$[۲, ۵) \xrightarrow{\times (-۳)}$$

$$[۳, ۹] \xrightarrow{\div ۳}$$

$$(۲, ۸] \xrightarrow{\div (-۲)}$$

پرسش: قرینه ی بازه های زیر را بیابید.

$$(-۲, ۴) \rightarrow$$

$$[-۴, -۱) \rightarrow$$

وارون کردن بازه

مثال: وارون بازه های زیر را بیابید.

$$[۲, ۳)$$

$$[-۴, -۲)$$

$$\left[-\frac{1}{۲}, \frac{1}{۳}\right)$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله مقابل را بیابید.

$$-۲ \leq \frac{1}{x-۲} < ۳$$

قدرمطلق یک بازه

$$-2 < x \leq 3 \rightarrow$$

$$x \leq -2 \vee x > 3 \rightarrow$$

$$|x| \leq 2 \rightarrow$$

$$|x| > 2 \rightarrow$$

$$1 < |x| \leq 2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{|2x+1|} \geq 2 \rightarrow$$

به توان زوج رساندن بازه

$$\begin{array}{l} [2, 5) \xrightarrow{\text{قدر}} \frac{()^2}{\rightarrow} \\ (-5, 3] \xrightarrow{\text{قدر}} \frac{()^2}{\rightarrow} \\ (-4, -3] \xrightarrow{\text{قدر}} \frac{()^2}{\rightarrow} \end{array}$$

به توان فرد رساندن بازه

$$\begin{array}{l} [1, 2] \xrightarrow{(\quad)^3} \\ [-3, 2) \xrightarrow{(\quad)^3} \\ (-4, -2] \xrightarrow{(\quad)^3} \end{array}$$

رادیکال گرفتن از بازه (فرجه زوج)

$$\begin{array}{l} [4, 25) \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \\ (-5, 4] \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \\ [-4, 9) \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \end{array}$$

رادیكال گرفتن از بازه (فرجه فرد)

$$\begin{aligned} [-8, -1) \sqrt[3]{} &\longrightarrow \\ (-64, 27] \sqrt[3]{} &\longrightarrow \end{aligned}$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر به کدام صورت است؟

$$x^4 - 3x^2 < 4$$

مثال: نامعادلات زیر را حل کنید.

الف) $\frac{2x^2 - 1}{x^2 + 3} < 1$

ب) $\frac{3x}{x^2 + x + 1} < 1$

حل نامعادلات به کمک تعیین علامت نمودار

(روش کلاسیک تعیین علامت عبارات درجه یک)

مثال: عبارت $y = x - 2$ را تعیین علامت کنید.

مثال: عبارت $y = \frac{1}{2x - 6}$ چند بار تغییر علامت می دهد؟

مثال: مقداری از a را بیابید که علامت عبارت P به صورت زیر باشد؟

$$P = ax + a^2 - 16 \leq 0$$

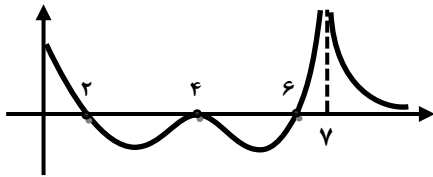
مثال: تعیین علامت عبارت $y = (a-2)x^2 + bx + 12$ به صورت زیر است، مقدار $a+b$ چقدر است؟

مثال: اگر جدول تعیین علامت y به صورت زیر باشد، کدام یک از نقاط $(2,3)$ و $(-2,3)$ ممکن است روی نمودار y واقع باشد؟

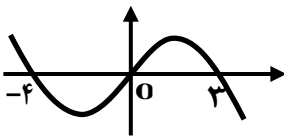
x			
y	+	○	-

تعیین علامت از روی نمودار

مثال: با توجه به نمودار، تابع $f(x)$ در کدام بازه همواره منفی می باشد؟



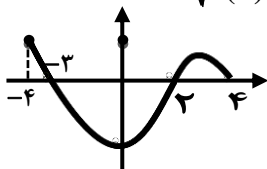
مثال: نمودار تابع f به صورت زیر است، جواب نامعادلات زیر را به صورت بازه بنویسید.



۱) $x.f(x) > 0$

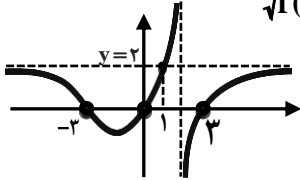
۲) $x.f(x) \leq 0$

مثال: نمودار تابع f به صورت زیر است، جواب نامعادله $\frac{x}{\sqrt{f(x)}} \leq 0$ را به صورت بازه



بنویسید؟

مثال: نمودار تابع f به صورت زیر است، مجموعه جواب $\frac{2-f(x)}{\sqrt{f(x)}} \geq 0$ چیست؟



حل نامعادلات به کمک نوع ریشه و روش هندسی

(نقش نوع ریشه در تعیین علامت یک عبارت)

۱) $f(x)=(x-a)$

۲) $f(x)=(x-a)^2$

۳) $f(x)=(x-a)^3$

۴) $f(x)=(x-a)^n \rightarrow$

مثال: عبارت زیر در دامنه ی خود چند بار تغییر علامت می دهد؟

$$P = \frac{(x^2+1)(x-1)^3(x+2)}{(x-2)^2}$$

مثال: عبارت $P = \frac{(x-1)^2|x-5|}{(x^2-16)(|x|-6)}$ در کدام بازه همواره منفی است؟

(۴,۶) (۴)

(-۶,-۴) (۳)

(-۴,۴) (۲)

(-∞,-۶) (۱)

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را بیابید.

$$\frac{(x-4)^3 \times |x-2| \times (x+1)^4}{(|x|+2) \times (x-1)} < 0$$

مثال: علامت حاصل عبارت زیر را به ازای $x = \sqrt{46} - 5$ تعیین کنید.

$$A = \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 + x - 6}$$

مثال: تمام مجموعه ی جواب نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$|x|(x^2 - 3x + 2) \leq 0$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{(x-6)(x+3)}{(x+1)(x+2)} < 0$$

مثال: م.ج نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$\frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} > \frac{8}{x^2-16}$$

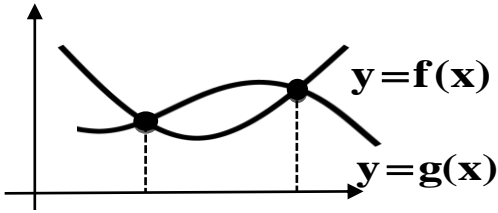
مثال: جدول تعیین علامت عبارت زیر را تنظیم کنید.

$$P(x) = \frac{-4x^2(x^4-1)}{\sqrt{x}(3x-1)}$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را بیابید؟

$$(x-2\sqrt{x}+1)(x^2-4) \geq 0$$

حل نامعادلات به روش هندسی



مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر را بیابید؟

$$x^2 - |x| < 0$$

مثال: آیا مجموعه جواب نامعادله ی زیر شامل اعداد منفی می باشد؟

$$\sqrt[3]{x} - \cos x + 1 \geq 0$$

تست های تکمیلی (نامعادلات و معادلات)

۱- مجموعه جواب نامعادله $4 \leq -2x + 3 < -1$ به صورت بازه کدام است؟

(۱) $[-3, 0)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, 2)$ (۳) $(-3, 0]$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 2]$

۲- در تعیین علامت عبارت $y = ax + b$ اگر بخواهیم x و y همواره هم علامت باشند، باید

(۱) $b < 0, a \geq 0$ (۲) $b = 0, a > 0$

(۳) $b = 0, a = -1$ (۴) $b \geq 0, a = 1$

۳- حدود تغییرات x در نامعادله $(x^2 - 4x + 3) > 0$ کدام است؟

(۱) $1 < x < 3$ (۲) $-3 < x < -1$

(۳) $x < 1$ یا $x > 3$ (۴) $x < -3$ یا $x > -1$

۴- جواب طبیعی معادله $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+1} = -\frac{1}{3}$ در نامعادله $1 \leq \frac{x+a}{5} \leq 2$ صدق می کند. حدود a کدام است؟

(۱) $0 \leq a \leq 4$ (۲) $3 \leq a \leq 8$

(۳) $0 \leq a \leq 8$ (۴) $-3 \leq a \leq 1$

۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x+3)(x^2 - 4x + 5)}{(x-1)} \leq 0$ کدام گزینه است؟

(۱) $[-3, 1)$ (۲) $(3, 1) \cup (-1, 3)$ (۳) $[-1, 1]$ (۴) $(-3, 1) \cup (3, 5]$

۶- چند عدد طبیعی وجود دارند که مربع آنها از ۴ برابر آنها، بزرگتر نباشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۷- مجموعه جواب نامعادله $\frac{6-x^2}{x} > 1$ ، شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{x^2-5x+8} \geq 1$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۹- چند عدد طبیعی در نامعادله $(x^2 + 5x - 5)(x^2 - 3 - x^2) \leq (x - 3 - x^2)$ صدق می کند؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) هشت (۴) بی شمار

۱۰- جواب نامعادله $\frac{x-1}{x+1} > 2x$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $\{x \in \mathbb{R} : x < -1\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} : x > -1\}$

- (۳) $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 1\}$ (۴) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x < -1\}$

۱۱- مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} > -2\left(\frac{1-x}{3}\right) \\ 3-x < x \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $1 < x < 2$ (۲) $x < -\frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{3}{2}$ (۴) \emptyset

۱۲- در بازه‌ی (a, b) مقادیر تابع با ضابطه‌ی $y = \frac{4x+8}{x-1}$ از ۳ کمتر است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- ۱۲(۱) ۱۱(۲) ۱۰(۳) ۹(۴)

۱۳- در بازه‌ی $(a, b]$ نمودار تابع $y = \frac{x+1}{2x-1}$ زیر خط $y = 2$ قرار نمی‌گیرد، حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱(۴)

۱۴- نمودار $y = 3 - |x|$ در بازه‌ی (a, b) بالاتر از خط $y = x$ قرار گرفته است. بزرگترین مقدار $b-a$ چقدر است؟

- ۶(۱) ۷(۲) ۸(۳) ۹(۴)

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2-10}{x}$ در چه فاصله‌ای بالای خط $y = 3$ قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) $(-2, 0)$ (۲) $(-\infty, 5]$ (۳) $[-2, 5]$ (۴) $(-\infty, -2] \cup (0, 5]$

۱۶- برای آنکه سه جمله‌ی $1 - 2nx + (m-1)x^2$ همواره مثبت باشد، کدام شرط صحیح است؟

(۱) $m < 1, m + n^2 > 1$ (۲) $m > 1, m + n^2 > 1$

(۳) $m > 1, n^2 - m < -1$ (۴) $m < 1, m + n^2 < 1$

۱۷- اگر رابطه‌ی $\frac{mx^2 - 3mx + 2}{x^2 - x + 2} \leq 1$ برای همه‌ی مقادیر x برقرار باشد، برای m چند مقدار متمایز داریم؟

- ۲(۱) ۱(۲) هیچ(۳) بی‌شمار(۴)

۱۸- اگر $2x^2 - x^3 = a(x-2) + b(x-2)^2 + c(x-2)^3$ مقدار b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) ۴

۱۹- اگر دو معادله $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{4x+4}$ و $\frac{kx}{x-2} = \frac{-3x}{4}$ یک جواب مشترک داشته باشند، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۱

۲۰- به ازای کدام مقدار k معادله $\frac{x-3}{k+2} + \frac{x-2}{k+6} = \frac{x}{k+4}$ دارای جواب $x = 5$ است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) -۵

۲۱- اگر معادله $\frac{a}{x} + \frac{2x-2}{x+a} = 1$ همواره به ازای دو x حقیقی برقرار باشد، a در کدام یک از بازه‌های زیر می‌تواند تغییر کند؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, 2)$

۲۲- اگر $A = \frac{3}{2x}$ و $B = \frac{x+2}{x^2-3x}$ باشند، به ازای چند مقدار x دو عبارت A و B مساوی خواهند بود؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳- اگر $x=2$ جواب معادله $\frac{1}{x^2+x} + \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{mx-1}{x^3-x}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۴- به ازای کدام مقدار a مجموعه جواب معادله‌ی زیر $\{2\}$ است؟

$$\frac{x-1}{x(x+1)} + \frac{a}{x+1} = \frac{a-1}{x(x+1)}$$

۱(۱) ۳(۲) -۲(۳) ۲(۴)

۲۵- معادله‌ی $\frac{x+2}{x-1} + \frac{x-1}{x+2} = 2$ چند جواب دارد؟

۲(۱) ۲(صفر) ۳(۳) ۱(۴)

۲۶- دو کارگر در حال ساخت قالب هستند. هر دو کارگر با هم در ۱۸ روز قالب را می‌سازند ولی اگر به تنهایی کار کنند، کارگر اول ۱۵ روز زودتر از کارگر دوم قالب را خواهد ساخت. کارگر اول به تنهایی در چند روز قالب را می‌سازد؟

۲۵(۱) ۳۰(۲) ۳۵(۳) ۴۵(۴)

۲۷- معادله‌ی $\sqrt[10]{x^4+1} + \sqrt[5]{x^4+1} = 2$ چند ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد؟

۱(۱) دو(۲) سه(۳) هیچ(۴)

۲۸- معادله‌ی $3x + 4 = \sqrt{x^2 + 6}$ چند جواب دارد؟

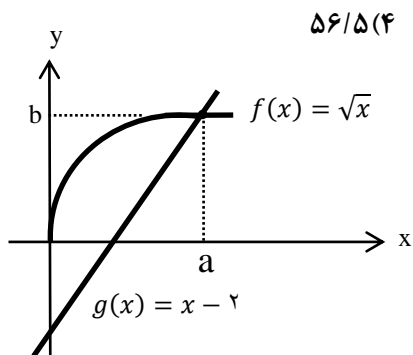
۱(یک جواب منفی) ۲(یک جواب مثبت)

۳(دو جواب منفی) ۴(یک جواب مثبت، یک جواب منفی)

۲۹- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\sqrt{x^2 - x - 12} < x$ شامل چند عدد طبیعی نیست؟

۲(۱) ۳(۲) ۵(۳) ۴(۴)

۳۰- نقطه‌ی میانی مجموعه جواب نامعادله‌ی $\sqrt{x}+2 > \frac{10}{\sqrt{x}-7}$ کدام است؟



۳۱- با توجه به شکل روبرو، مقدار b کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) $\frac{5}{2}$

۳۲- ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $\sqrt{2x-x^2}-1=3\sqrt{x^2+x}$ چگونه است؟

- (۱) فاقد ریشه
 (۲) یک ریشه منفی
 (۳) یک ریشه مثبت
 (۴) یک ریشه منفی ریشه دیگر مثبت

۳۳- معادله‌ی $\sqrt{x+3}-\frac{5}{\sqrt{x+3}}=4$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۳۴- معادله $\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{2-\sqrt{x}}=2$ دارای چند جواب است؟

- (۱) فاقد جواب
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۴

۳۵- معادله $x-\sqrt{x}=20$ دارای چند جواب است؟

- (۱) هیچ
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

۳۶- معادله‌ی $(3-x^2)\sqrt{1-x}=0$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

- (۱) ۲
 (۲) ریشه حقیقی ندارد
 (۳) ۱
 (۴) ۳

۳۷- معادله $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{x^6+4} + \sqrt{x^8+1} = 6$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱(۱) ۳(۲) ۲(۳) ۴(۴) صفر

۳۸- معادله $\sqrt{2x} + \sqrt{x^2+3} = x+1$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱(۱) ۲(۲) ۴(۳) ۴(۴) هیچ

۳۹- معادله $\sqrt{\frac{4x+3}{x+6}} + \sqrt{\frac{x+6}{4x+3}} = 2$ چند جواب دارد؟

۱(۱) صفر ۲(۲) یک ۳(۳) دو ۴(۴) سه

۴۰- معادله $\sqrt{x+3} - \frac{5}{\sqrt{x+3}} = 4$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۱(۱) هیچ ۲(۲) ۱ ۳(۳) ۲ ۴(۴) ۳

۴۱- معادله $\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{2x-\sqrt{8}}{2x+\sqrt{8}} = \frac{3}{2}$ ، چند جواب حقیقی دارد؟

۱(۱) ۲(۲) ۴(۳) ۴(۴) هیچ

۴۲- در معادله $\sqrt{2x-1} = 2-x$ مجموع جواب و مربع جواب کدام است؟

۱(۱) صفر ۲(۲) ۲۰ ۳(۳) ۲۰ ۴(۴) ۳۰

۴۳- کدام معادله جواب دارد؟

۱) $1 + \sqrt{1-x} = 0$ (۱) ۲) $\sqrt{x-3} = \sqrt{2-x}$ (۲)

۳) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} = -x$ (۳) ۴) $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$ (۴)

۴۴- مجموعه تمام جواب‌های نامعادله‌ی $|2X+1| < |X+3|$ در کدام گزینه مطرح شده است؟

$$-2 < X < \frac{4}{3} \quad (2) \qquad -\frac{4}{3} < X < 2 \quad (1)$$

$$-2 < X < 2 \quad (4) \qquad -\frac{4}{3} < X < \frac{4}{3} \quad (3)$$

۴۵- مجموعه جواب $\frac{1}{|X-2|} < \frac{1}{|X-4|}$ شامل چند عدد طبیعی نمی‌باشد؟

$$4(4) \qquad 3(3) \qquad 2(2) \qquad 1(1)$$

۴۶- معادله‌ی $|X| + |2X-1| = X$ چند جواب دارد؟

$$4(4) \text{ جواب ندارد} \qquad 3(3) \qquad 2(2) \qquad 1(1)$$

۴۷- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{X^2 - 5X + 8}{X^2 - 2|X| - 3} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$6(4) \qquad 5(3) \qquad 4(2) \qquad 3(1)$$

۴۸- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|X| \leq 3 < 2X - 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$3(4) \qquad 2(3) \qquad 1(2) \qquad 0(1) \text{ صفر}$$

۴۹- مجموعه جواب نامساوی $|X-1| < 3$ کدام است؟

$$X > 4(4) \qquad X < -2(3) \qquad 1 < X < 3(2) \qquad -2 < X < 4(1)$$

۵۰- مجموعه جواب کدام یک از نامعادلات زیر یک بازه نیست؟

$$\frac{1}{|X|} > 0(4) \qquad -1 < \frac{X+1}{2} < 1(3) \qquad |X-1| < 1(2) \qquad |X| \geq 0(1)$$

۵۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x^2 + 8| < x^2 - 2x + 4$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 1)$ (۲) $(-3, -1)$ (۳) $(-2, -1)$ (۴) $[-2, 3]$

۵۲- در کدام بازه، نمودار تابع $y = 2x + |2x|$ بالای نمودار تابع $y = x + 6$ قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) $[-6, 2]$ (۲) $(-4, 3)$

- (۳) $[-8, 0]$ (۴) $(-4, 4)$

۵۳- جواب نامعادله‌ی $|x| < x^2$ ، کدام است؟

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 1) - \{0\}$

- (۳) $(0, 1)$ (۴) $(-1, 0)$

۵۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|3x - 5| \geq 7$ چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

۵۵- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x - 2| < 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۶- در چه فاصله‌ای نمودار تابع $y = |2x + 1|$ ، زیر نمودار تابع $y = |x + 3|$ قرار می‌گیرد؟

- (۱) $x > 2$ (۲) $x < -\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3} < x < 2$ (۴) $x > 2$ یا $x < -\frac{4}{3}$

۵۷- اگر $x^2 - x + 1 \leq |x^3 + 1|$ باشد، آنگاه:

- (۱) $-2 \leq x \leq 0$ (۲) $x \leq -2$ یا $x \geq 0$ (۳) $x \leq -2$ (۴) $x \leq 0$

۵۸- در بازه‌ی (a, b) نمودار تابع $y = \left| \frac{x}{2} - 1 \right|$ زیر خط $y = 2$ قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۵۹- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{|x+1|(2x+3)^7}{-x^2+2x-3} \leq 0$ کدام است؟

- (۱) $[-\frac{3}{2}, +\infty)$ (۲) $[\frac{3}{2}, +\infty)$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $[-1, +\infty)$

۶۰- جواب نامعادله‌ی $|2x-1| > |x-3|$ به صورت $|3x+a| > b$ بیان شده است. دوتایی (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, 5)$ (۲) $(3, 4)$ (۳) $(3, 4)$ (۴) $(5, 1)$

۶۱- به ازای چه مقادیری از x نامساوی $\left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2 \leq 4$ برقرار است؟

- (۱) $x \geq 2$ (۲) $x \leq -2$ (۳) $-2 \leq x \leq 2$ (۴) $x \leq 2$

۶۲- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2 \leq 4$ کدام فاصله است؟

- (۱) $[-1, 3]$ (۲) $(-\infty, 3)$ (۳) $[-2, 2]$ (۴) $[-2, +\infty)$

۶۳- معادله‌ی $|3x - |x|| = x + 1$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۱

۶۴- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|2x - 5| < 2$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) صفر (۳) ۵ (۴) ۳

۶۵- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{1}{|3x-6|} > \frac{1}{2}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- ۱(۱) ۲(صفر) ۲(۳) ۳(۴)

۶۶- نامعادله‌ی $|2x-3| < x$ معادل کدام نامعادله‌ی زیر است؟

- ۱(۱) $|x-2| < 1$ ۲(۲) $|x-1| < 2$

- ۳(۳) $0 < |x-2| < 1$ ۴(۴) $0 < |x-1| < 1$

۶۷- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{4}{|x-2|} > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R}, |x| > x\}$ باشد، نقطه‌ی

میانی بازه‌ی $A \cap B$ کدام است؟

- ۱(۱) ۲(صفر) ۳(۳) ۴(-۱)

۶۸- معادله‌ی $x^2 - \cos x = 2x$ چند ریشه‌ی مثبت دارد؟

- ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(هیچ)

۶۹- معادله‌ی $x - 3\sin x = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱(۱) ۲(۳) ۳(۲) ۴(۴)

۷۰- با استفاده از روش هندسی مشخص می‌شود که معادله‌ی $x^2 = 2^x$ دارای.....

جواب است که جواب مثبت و جواب منفی است.

- ۱(۱) ۲, ۱, ۱ ۲(۲) ۳, ۲, ۱ ۳(۳) ۴, ۲, ۲ ۴(۴) ۳, ۱, ۲

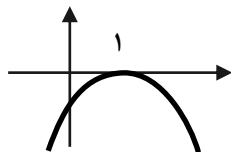
(تابع و معادله ی درجه ۲) (حل معادله ی درجه ی دوم روش Δ)

مثال: در معادله ی $2x^3 - 5x^2 + 2x = 0$ فاصله ی بین کوچکترین و بزرگترین ریشه چیست؟

س د ۸۷: اگر $x=4$ یکی از جواب های معادله زیر باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

$$x+a=\sqrt{5x-x^2}$$

مثال: نمودار $y=(x-1)(bx+4)$ به صورت زیر است. مقدار b چقدر است؟



تمرین: $p(x)$ یک چند جمله ای درجه دو است و ضریب بزرگ ترین توان آن یک است. $p(x)$ را چنان بیابید که در شرایط زیر صدق کند.

$$p(1)=1, p(2)=3$$

مثال: دامنه ی تابع زیر به صورت $\mathbb{R}-\{-3\}$ است. مقدار $a+2b$ چقدر است؟

$$P(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-ax+b}$$

مثال: حدود m را چنان تعیین کنید که عبارت زیر به ازای جميع مقادیر x همواره معین (تعریف شده) باشد.

$$P=\frac{x^2-2x}{-mx^2-x+1}$$

مثال: تابع $y=(2x+1)(x+8)$ با مجموعه خطوط $y=mx$ نقطه ی مشترک ندارد. حدود m چیست؟

حل معادله درجه ی دوم (اتحاد جمله مشترک)

مثال: ریشه های معادلات زیر را بیابید.

$$x^2 - 1x - 42 = 0$$

$$2x^2 - x - 10 = 0$$

مثال: معادله ی درجه دومی با ضرایب S, P بسازید که α, β ریشه ها یش باشند.

مثال: صفرهای معادلات زیر را بیابید.

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$-x^2 - 8x - 12 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

مثال: آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد.

حل معادله درجه ی دوم (روش ضرایب)

مثال:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$-5x^2 - 3x + 8 = 0$$

$$\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$$

$$5x^2 + x - 4 = 0$$

$$-2x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$0.5x^2 + 2x + 1/5 = 0$$

س خ ۸۷: معادله ی $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب ها چگونه است؟

(۲) دو جواب هم علامت

(۱) یک جواب

(۴) دو جواب با علامت مخالف

(۳) جواب ندارد.

مثال: معادله ی زیر چند جواب دارد؟

$$\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$$

معادلات مرکب با ساختار درجه دوم

مثال: مجموع ریشه های معادلات زیر چقدر است؟

$$x^4 + 9x^2 - 10 = 0$$

$$(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$$

$$x^3 + x\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\left(\frac{x}{2x-1}\right)^2 + 5\left(\frac{x}{2x-1}\right) + 4 = 0$$

(حاصل جمع ، حاصل ضرب فاصله بین ریشه ها)

س خ ۹۰: به ازای کدام مقدار m ریشه های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یک دیگرند؟

مثال: در معادله $3x^2 - (3m+1)x + m = 0$ مجموع عکس ریشه ها برابر ۴ می باشد. m کدام است؟

مثال: به ازای چه مقدار m ، عدد $\frac{1}{8}$ واسطه عددی بین دو ریشه ی حقیقی معادله ی $x^2 - 3x + m = 0$ است؟

مثال: در تابع $f(x) = x^2 + (2-m)x - 2m$ یک ریشه از ریشه ی دیگر ۳ واحد بیش تر است m . کدام است؟

س د ۹۰: مجموع ریشه های حقیقی معادله زیر کدام است؟

$$(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$$

مثال: در معادله ی $x^2 - 8x + m = 0$ یک ریشه از نصف ریشه ی دیگر ۵ واحد بیشتر است. m کدام است؟

مثال: اگر α, β ریشه های معادله ی درجه دوم زیر باشند، m را چنان بیابید که ریشه های معادله قرینه ی هم باشند.

$$x^2 + (m+1)x + 2m - 3 = 0$$

مثال: به ازای چه مقدار m ریشه های حقیقی معادله ی $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند.

مثال: اگر α, β ریشه های معادله ی درجه دوم زیر باشند، m را چنان بیابید که ریشه های معادله عکس و قرینه ی هم باشند.

$$x^2 + 6x + m + 2 = 0$$

مثال: اگر α, β ریشه های معادله ی $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، بدون محاسبه ی ریشه ها حاصل عبارات زیر را بیابید؟

$$\alpha^2 + \beta^2 =$$

$$\alpha^3 + \beta^3 =$$

$$\alpha\beta^2 + \beta\alpha^2 =$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} =$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} =$$

تشکیل معادله ی درجه دومی که ریشه های آن اعداد معلوم α, β باشند.

مثال: معادله ی درجه دومی بیابید که ریشه های آن اعداد $2 + \sqrt{5}, 2 - \sqrt{5}$ باشند.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن دو برابر ریشه های معادله ی $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن k برابر ریشه های معادله ی $ax^2+bx+c=0$ باشد.

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن دو برابر ریشه های معادله ی $x^2-4x+1=0$ باشد.

مثال: اگر α, β ریشه های معادله ی $2x^2-3x-4=0$ باشند، معادله ی درجه دومی را بنویسید که $\left\{ \frac{1}{\alpha}+1, \frac{1}{\beta}+1 \right\}$ ، مجموعه جواب هایش می باشد؟

مثال: معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه های آن مجذور (مربع) ریشه های معادله ی $x^2-x-7=0$ باشد.

مثال: اگر هر یک از ریشه های معادله ی $3x^2+ax+b=0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله ی $4x^2-7x+3=0$ باشد، a کدام است؟

مثال: ریشه های معادله ی درجه دوم $x^2+ax+b=0$ یک واحد از ریشه های معادله ی $3x^2+7x+1=0$ بیش تر است، b کدام است؟

س خ ۸۶: ریشه های معادله $3x^2+ax+b=0$ از ریشه های معادله $3x^2-4x-1=0$ یک واحد بیشتر است. b کدام است؟

س د ۸۷: ریشه های معادله $x^2 + ax + b = 0$ یک واحد از ریشه های معادله $3x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است. b کدام است؟

س د ۸۶: اگر هر یک از ریشه های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟

مختصات رأس سهمی

مثال: نمودار تابع با ضابطه ی زیر را رسم کنید.

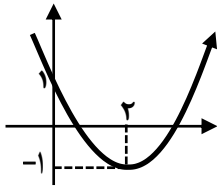
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 1 & x \leq 0 \\ x + 1 & x > 0 \end{cases}$$

مثال: معادله ی محور تقارن و مختصات رأس سهمی به معادله ی زیر کدام است؟

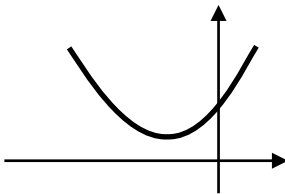
$$2x^2 + (x-1)^2 + 3y - x = 0$$

ضرایب a, b, c در نمودار تابع درجه دوم

مثال: نمودار سهمی به معادله $f(x) = ax^2 + bx + c$ شکل زیر است. ضرایب a, b, c را تعیین کنید.



مثال: اگر $f(x) = (1-k)x^2 + (k+3)x + 1$ به شکل زیر باشد حدود k کدام است؟



مثال: اگر منحنی به معادله $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ ، محور x ها را در دو نقطه ی متمایز به طول های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه ی مقادیر m به کدام صورت است؟

نامعادلات درجه دوم

مثال: اگر x_1 و x_2 ریشه های عبارت درجه دوم زیر بوده و $x_1 < 2 < x_2$ باشد، حدود m کدام است؟

$$p(x) = x^2 - mx + 2$$

مثال: m را چنان تعیین کنید که معادله ی زیر دو ریشه ی حقیقی کوچک تر از -2 داشته باشد.

$$x^2 + 8x + m = 0$$

مثال: اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله ی درجه دوم زیر بوده و $1 < x_1 < 2 < x_2$ باشد، حدود a چیست؟

$$x^2 + ax + 4 = 0$$

مثال: تمام m ج نامعادله ی زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$|x|(x^2 - 3x + 2) \leq 0$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر به کدام صورت است؟

$$x^4 - 3x^2 < 4$$

مثال: به ازای چه مقادیری از m نمودار تابع با ضابطه ی داده شده محور طول ها را در دو نقطه قطع می کند؟

$$y = (m+2)x^2 + 4x + m - 1$$

س خ ۸۹: به ازای کدام مجموعه مقادیر m معادله ی درجه ۲ زیر فاقد ریشه ی حقیقی است؟

$$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0$$

س خ ۸۶: خط به معادله $y=mx+4$ با منحنی به معادله $y=-x^2+2x$ هیچ نقطه ی مشترکی ندارند. مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

س د ۸۹: مقادیر تابع $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+2x+6$ در بازه ی (a,b) بزرگ تر از $\frac{7}{4}$ می باشد. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

مثال: نامعادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{2x^2-1}{x^2+3} < 1$$

$$\frac{3x}{x^2+x+1} < 1$$

مثال: در کدام بازه نمودار تابع $y=x^2-3x$ بالای خط $y=3x-5$ و زیر محور طول ها قرار دارد؟

مثال: اگر عبارت $(a-1)x^2+(a-1)x+1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

مثال: حدود m چقدر باشد تا عبارت $\sqrt{x^2-2x+m}$ همواره تعریف شده باشد؟

بحث در مورد علامت ریشه ها

مثال: بدون حل معادله، در مورد وجود ریشه و علامت ریشه ها بحث کنید.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$x^2 - 7x - 3 = 0$$

$$x^2 + 5x - 3 = 0$$

مثال: معادله ی زیر چند جواب منفی دارد؟

$$\sqrt[3]{x^2 + 3x} - 2\sqrt{(x^2 + 3x)^2} + 1 = 0$$

مثال: مجموع ریشه های حقیقی معادله زیر چقدر است؟

$$x^4 - (m^2 + 1)x^2 - m^2 - 2 = 0$$

مثال: معادله ی زیر دارای ۴ ریشه ی حقیقی متمایز است. حدود m چیست؟

$$x^4 - (m+2)x^2 + (m+5) = 0$$

س خ ۸۸: به ازای کدام مجموعه ی مقادیر m از معادله ی $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می شود؟

تست های تکمیلی (تابع و معادله درجه دوم)

۱- مقدار k را طوری بیابید که معادله $k(x+1)(x+4)=x$ ، ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد؟

$$(1) \quad -1 < k < \frac{-1}{9} \quad (2) \quad \frac{1}{9} < k < 1$$

$$(3) \quad 1 < k < 9 \quad (4) \quad -9 < k < -1$$

۲- در مورد معادله $kx(x+2)-1=x$ کدام گزینه صحیح است؟ ($k \in \mathbf{R}$)

(۱) ریشه‌ی حقیقی ندارد. (۲) ریشه‌ی مضاعف مثبت دارد.

(۳) ریشه‌ی مضاعف منفی دارد. (۴) دو ریشه‌ی حقیقی دارد.

۳- به ازای چه مقدار m صفرهای تابع $y=3x^2+(m^2-16)x+m+3$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

$$(1) \quad m = \pm 4 \quad (2) \quad m = 4$$

$$(3) \quad m = -4 \quad (4) \quad \text{هیچ مقدار } m$$

۴- اگر $\frac{1}{9} < k < 1$ باشد، آنگاه معادله $k(x+1)(x+4)=x$

(۱) ریشه‌ی حقیقی ندارد. (۲) یک ریشه‌ی مضاعف دارد.

(۳) دو ریشه‌ی متحدالعلامت دارد. (۴) دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت دارد.

۵- به ازای کدام مقدار a یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $(a+1)x^2+9x+4a=0$

معکوس ریشه‌ی دیگر است؟

$$(1) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad -\frac{1}{5} \quad (3) \quad 8 \quad (4) \quad -10$$

۶- در معادله‌ی درجه‌ی دو $2x^2 - 8x + k = 0$ اگر $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{18}{7}$ باشد، مقدار k کدام است؟
(α و β ریشه‌های معادله هستند)

- ۷(۱) $-7(2)$ $5(3)$ $-5(4)$

۷- معادله $(x+1)(mx^2 - x - 2) = 0$ ، سه ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد. اگر حاصلضرب ریشه‌های این معادله از مجموع ریشه‌های آن به اندازه‌ی $\frac{4}{3}$ بیشتر باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

- ۲(۱) $3(2)$ $4(3)$ $5(4)$

۸- اگر معادله‌ی روبرو تنها دو ریشه‌ی حقیقی ساده داشته باشد، حدود m کدام است؟
 $mx^4 + (m+3)x^2 + m - 2 = 0$

- ۲(۱) $-3 < m < 2$ $m > 0$ (۲) $-3 < m < 0$ (۳) $0 < m < 2$ (۴)

۹- در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - kx + 6 = 0$ ، یک ریشه از دو برابر معکوس ریشه‌ی دیگر سه واحد کمتر است. مجموع دو ریشه چقدر است؟

- ۳۵(۱) $-\frac{31}{6}$ (۲) $-\frac{29}{6}$ (۳) $-\frac{37}{6}$ (۴)

۱۰- مقدار m چقدر باشد تا یکی از ریشه‌های معادله‌ی $mx^2 - 4x + 1 = 0$ سه برابر ریشه‌ی دیگر باشد؟

- ۳(۱) $-3(2)$ $1(3)$ $-1(4)$

۱۱- اگر ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 11x + a + 2 = 0$ دو عدد طبیعی متوالی باشند، مقدار a کدام است؟

- ۲۶(۱) $16(2)$ $18(3)$ $28(4)$

۱۲- منحنی به معادله $y=(x-1)(x^2-ax+a)$ ، محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می کند. مجموعه ی مقادیر a به کدام صورت است؟

- (۱) $-4 < a < 0$ (۲) $0 < a < 2$ (۳) $0 < a < 4$ (۴) $a > 4$

۱۳- اگر در معادله $x^2+(m-1)x+2=0$ یکی از ریشه ها ۲ برابر دیگری باشد، مقدار m کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) -۴

۱۴- در معادله $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$ حاصلضرب ریشه ها کدام است؟ ($x \neq 0, 2$)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۵- اگر ریشه های معادله $(a-b)x^2-8x+b=0$ عکس ریشه های معادله $x^2+4x-1=0$ باشند، مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) ۴

۱۶- اگر منحنی به معادله $y=2x^2-4x+m-3$ ، محور x ها را در دو نقطه با طول های مثبت قطع کند، آنگاه مجموعه ی مقادیر m به کدام صورت است؟

- (۱) $m > 3$ (۲) $3 < m < 4$ (۳) $3 < m < 5$ (۴) $4 < m < 5$

۱۷- اگر $f(x)=x^2-1$ نمودار تابع $y=(f \circ f)(x)$ با محور x ها کدام وضعیت را دارد؟

- (۱) یک نقطه ی تلاقی - دو نقطه ی تماس (۲) دو نقطه ی تلاقی - یک نقطه ی تماس
(۳) سه نقطه ی تلاقی - فاقد نقطه ی تماس (۴) فاقد نقطه ی تلاقی - دو نقطه ی تماس

۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 5x + 1 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله $\alpha^2 + 1$ و $\beta^2 + 1$ می‌باشد؟

$$x^2 + 25x + 25 = 0 \quad (1) \qquad x^2 - 25x + 25 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 25x - 25 = 0 \quad (3) \qquad x^2 + 25x - 25 = 0 \quad (4)$$

۱۹- به ازای کدام مقدار k در معادله‌ی $x^2 - kx + 16 = 0$ یکی از ریشه‌ها مکعب ریشه‌ی دیگری است؟

$$8 \quad (1) \qquad 10 \quad (2) \qquad 27 \quad (3) \qquad 6 \quad (4)$$

۲۰- در معادله‌ی $3x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه‌ی دیگر بیشتر باشد، m کدام است؟

$$\frac{59}{5} \quad (1) \qquad \frac{63}{5} \quad (2) \qquad \frac{59}{4} \quad (3) \qquad \frac{63}{4} \quad (4)$$

۲۱- در معادله‌ی $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ مجموع مربعات ریشه‌ها با ۳ برابر حاصلضرب ریشه‌ها برابر است. مقدار m کدام است؟

$$\frac{4}{5} \quad (1) \qquad \frac{9}{5} \quad (2) \qquad \frac{13}{5} \quad (3) \qquad \frac{17}{5} \quad (4)$$

۲۲- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $3x^2 - 4x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 + 8\beta + 6$ کدام است؟

$$\frac{32}{3} \quad (1) \qquad \frac{38}{3} \quad (2) \qquad \frac{19}{3} \quad (3) \qquad \frac{36}{3} \quad (4)$$

۲۳- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\alpha^2 - 5\alpha - \beta$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \qquad 2 \quad (2) \qquad -2 \quad (3) \qquad -1 \quad (4)$$

۳۰- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $4x^2 - 2x - 3 = 0$ باشند، مقدار $(2\alpha^2 - \alpha)(2\beta^2 - \beta)$ کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۱)

۳۱- اگر α و β دو ریشه‌ی معادله‌ی $x^2 + 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\beta^2 - 2\alpha^2 + \beta^2 + \alpha$ کدام است؟

9 (۴) -18 (۳) -25 (۲) 12 (۱)

۳۲- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 2 = 0$ باشند، ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر $\frac{\beta}{\alpha}$ و $\frac{\alpha}{\beta}$ می‌باشد؟

$x^2 + 13x + 2 = 0$ (۲) $2x^2 - 13x + 2 = 0$ (۱)
 $2x^2 + 13x + 2 = 0$ (۴) $x^2 - 13x - 2 = 0$ (۳)

۳۳- ریشه‌های کدام یک از معادلات زیر عکس ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 4x + 1 = 0$ می‌باشد؟

$-x^2 + 4x + 1 = 0$ (۲) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۱)
 $-x^2 - 4x - 1 = 0$ (۴) $x^2 + 4x - 1 = 0$ (۳)

۳۴- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $(x-3)^2 - 2|x-3| - 1 = 0$ کدام است؟

3 (۴) 12 (۳) 9 (۲) 6 (۱)

۳۵- اگر $x_1 = 1 - \alpha$ و $x_2 = 2 + \alpha$ ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2 - (2m+5)x + n = 0$ باشند، مقدار m کدام است؟

-1 (۴) 1 (۳) -2 (۲) 2 (۱)

۳۶- معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 - 3x - 4 = 0$ مفروض است، معادله‌ی درجه‌ی دومی که هر یک از ریشه‌هایش عکس قرینه‌ی ریشه‌های این معادله باشد، کدام است؟

$$4x^2 + 3x - 2 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (2)$$

$$4x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (3)$$

$$2x^2 + 3x - 4 = 0 \quad (4)$$

۳۷- به ازای کدام مقدار a یکی از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $(a+1)x^2 + 9x + 4a = 0$ معکوس ریشه‌ی دیگر است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad -\frac{1}{5} \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad -10 \quad (4)$$

۳۸- معادله‌ی $x^2 + |x| - 6 = 0$ دارای کدام ویژگی است؟

(۱) چهار ریشه حقیقی دارد. (۲) ریشه‌ی حقیقی ندارد.

(۳) دو ریشه‌ی قرینه دارد. (۴) حاصلضرب ریشه‌هایش (-6) است.

۳۹- هرگاه در معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) رابطه‌ی $9a + c = 3b$ برقرار باشد، آنگاه یک ریشه‌ی معادله کدام است؟

$$\frac{c}{3a} \quad (1) \quad \frac{-c}{3a} \quad (2) \quad \frac{3c}{a} \quad (3) \quad \frac{-3c}{a} \quad (4)$$

۴۰- حدود m برای این که ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $x^2 + mx + 2 = 0$ در دو طرف $x = 2$ باشد، کدام است؟

$$m < -3 \quad (1) \quad m < -4 \quad (2)$$

$$-8 < m < -3 \quad (3) \quad -8 < m < -4 \quad (4)$$

۴۱- حاصل جمع ریشه‌های معادله‌ی $(x-1)^2 + 4|x-1| - 2 = 0$ کدام است؟

- ۱(۱) $4(2)$ $2(3)$ $4 + 2\sqrt{6}(4)$

۴۲- معادله‌ی $x^4 - 2x^2 + 5 = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱(۱) صفر $2(2)$ $1(3)$ $4(4)$

۴۳- اگر معادله‌ی $x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ ، دارای ۴ ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد، حدود تغییرات m ، به کدام صورت است؟

- ۱(۱) $m > 4$ $2(2)$ $m < -4$ $3(3)$ $-4 < m < 4$ $4(4)$ $4 < m < 9$

۴۴- منحنی به معادله‌ی $y = (x^2 - 4)(ax^2 - 2x + a)$ محور x ها را فقط در دو نقطه قطع می‌کند. مجموعه تمام مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- ۱(۱) $1 < |a| < 2$ $2(2)$ $|a| > 2$ $3(3)$ $|a| < 1$ $4(4)$ $|a| > 1$

۴۵- اگر عبارت $2ax^2 + x + 3$ به ازای تمام مقادیر x مثبت باشد، حدود a کدام است؟

- ۱(۱) $0 < a < \frac{1}{24}$ $2(2)$ $a < \frac{1}{24}$ $3(3)$ $a > \frac{1}{24}$ $4(4)$ $a > 24$

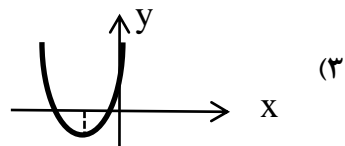
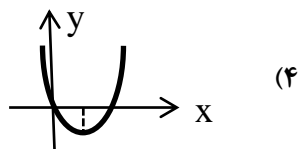
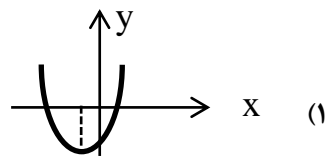
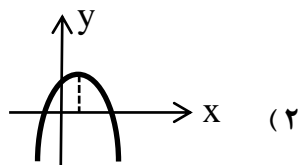
تست های تکمیلی (نمودار درجه دوم)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

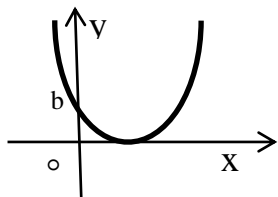
۱- نمودارهای زیر مربوط به تابع درجه دوم

هستند. در کدام نمودار $a > 0$ ، $b > 0$ و

$c > 0$ است؟



۲- نمودار تابع $f(x) = (a-2)x^2 - 3x + a + 2$ به صورت مقابل می باشد، مقدار b کدام است؟



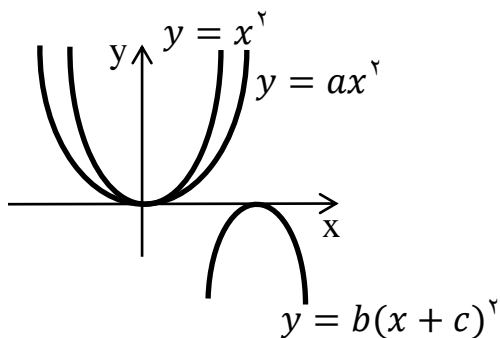
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{9}{2}$

(۴) $\frac{11}{2}$

۳- با توجه به شکل مقابل، کدام گزینه درست است؟



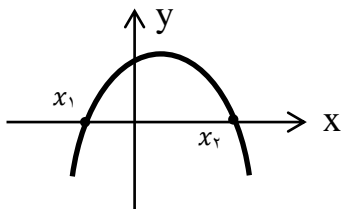
(۱) $a < 0, b < 0, c > 1$

(۲) $a > 1, b > 0, c < 1$

(۳) $0 < a < 1, b < 0, c < 0$

(۴) $0 < a < 1, b < 0, c > 0$

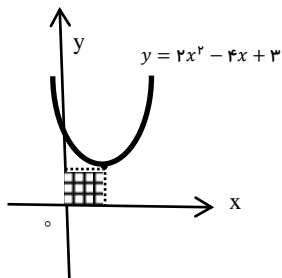
۴- اگر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت روبه‌رو باشد، کدام گزینه درست است؟



(۱) $a > 0, c > 0, b < 0$ (۲) $a < 0, c > 0, b > 0$

(۳) $a < 0, c < 0, b < 0$ (۴) $a < 0, c < 0, b > 0$

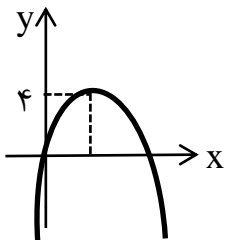
۵- در شکل روبه‌رو مساحت ناحیه‌ی هاشور زده کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱

(۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

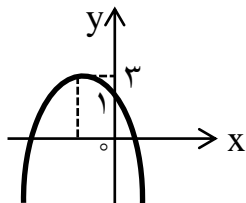
۶- نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = -x^2 + mx + n$ به صورت زیر است. $m+n$ کدام است؟



(۱) ۴ (۲) ۲

(۳) -۴ (۴) -۲

۷- نمودار تابع $y = -x^2 + mx + 2n - 1$ به صورت مقابل است. مقدار m کدام است؟



(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $-\sqrt{6}$

(۳) $\sqrt{8}$ (۴) $-\sqrt{8}$

۸- اگر تابع درجه‌ی دوم $y = x^2 + mx - 3$ نسبت به خط $x=1$ متقارن باشد، این منحنی، محور x ها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۹- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^2+bx+a$ محور طول‌ها در نقطه‌ای به طول ۲ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کند، معادله‌ی محور تقارن این تابع کدام است؟

$$x = \frac{7}{4} \quad (۴)$$

$$x = \frac{5}{4} \quad (۳)$$

$$x = \frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$x = \frac{1}{4} \quad (۱)$$

۱۰- اگر نمودار تابع $y=x^2+mx+1$ بالای نیمساز نواحی اول و سوم مختصات باشد، حدود m کدام است؟

$$-1 < m < 3 \quad (۴)$$

$$-3 < m < 1 \quad (۳)$$

$$m < -1 \quad (۲)$$

$$m > 3 \quad (۱)$$

۱۱- نمودار تابع f با ضابطه‌ی مقابل کدام یک از خط‌های زیر را در سه نقطه قطع می‌کند؟

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$$

$$y = 1 \quad (۲)$$

$$y = 2 \quad (۱)$$

$$y = -1 \quad (۴)$$

$$y = \frac{1}{2} \quad (۳)$$

۱۲- نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2 + ax + b$ و $g(x) = 2x + b$ همدیگر را روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱- قطع می‌کنند. مقدار a کدام است؟

$$1 \quad (۴)$$

$$5 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

۱۳- نمودار توابع $f(x) = x^2 + ax + 2b$ و g با ضابطه‌ی مقابل همدیگر را در نقطه‌ی $(2, 1)$ قطع می‌کنند، مقدار a کدام است؟

$$g(x) = \begin{cases} bx^2 + 3x & x \geq 0 \\ -x + c & x < 0 \end{cases}$$

$$1 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$-3 \quad (۲)$$

$$-1 \quad (۱)$$

۱۴- اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کرده و $f(2) = 3$ و $f(f(1)) = -1$ باشد، برد این سهمی کدام است؟

$$(-\infty, -1] \quad (۴)$$

$$[-1, +\infty) \quad (۳)$$

$$(-\infty, 1] \quad (۲)$$

$$[1, +\infty) \quad (۱)$$

۱۵- اگر نمودار تابع $y = x^2 + ax + b$ محور طول‌ها را در دو نقطه به طول‌های ۱- و ۲ قطع کند، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱(۱) -۱(۲) -۲(۳) ۲(۴)

۱۶- به ازای کدام مقدار m ، تابع $y = (m-1)x^2 + m + 2 - 4x$ دارای ماکزیمی برابر ۳ است؟

- ۱(۱) -۱ یا ۳ -۱(۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳(۴)

۱۷- اگر بیشترین مقدار تابع $y = (a+3)x^2 - 4x + a$ برابر صفر باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱(۱) -۵(۲) -۴(۳) ۴- و ۱(۴)

۱۸- می‌نیمم تابع $f(x) = x^2 - 2x + m$ برابر صفر است. مقدار m کدام است؟

- ۱(۱) ۲(صفر) -۱(۳) -۲(۴)

۱۹- می‌نیمم تابع $y = (m-1)x^2 - 2x - 1$ برابر (-5) است. مقدار m کدام است؟

- ۱(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

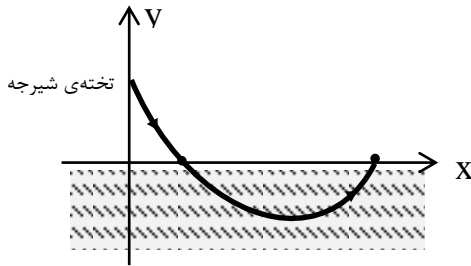
۲۰- اگر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ در $x = 1$ دارای \max نسبی ۷ باشد و نمودار تابع $y = f(x)$ از نقطه‌ی به طول ۲ روی نیمساز ناحیه‌ی چهارم بگذرد، حاصل $a + b + c$ چقدر است؟

- ۱(۱) ۵(۲) ۶(۳) ۴(۴) ۷(۴)

۲۱- نمودار یک سهمی درجه دوم، که محور x ها در نقطه‌ای به طول ۲ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- و نیمساز ربع دوم و چهارم را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع می‌کند، از کدام نقطه‌ی زیر می‌گذرد؟

- (۱) $(1, 2)$ (۲) $(1, \frac{-4}{3})$ (۳) $(-2, 3)$ (۴) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

۲۲- شناگری طبق معادله‌ی $y = t^2 - 6t + 8$ شیرجه زده و وارد آب می‌شود. (y فاصله از سطح آب و t زمان سپری شده بر حسب ثانیه است) این شناگر چند ثانیه زیر آب بوده است؟

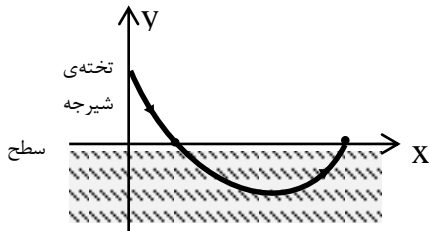


- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۳- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند. اگر $f(2) = 3$ باشد، مقدار کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۴- شکل مقابل مسیر حرکت یک غواص را از لحظه‌ای که تخته‌ی شیرجه را ترک می‌کند تا زمانی که دوباره به سطح آب برمی‌گردد، نشان می‌دهد. اگر معادله‌ی حرکت غواص به صورت $y = x^2 - 9x + 8$ باشد، حداکثر عمق شیرجه زدن غواص چه قدر است؟



- (۱) ۱۲ (۲) $\frac{12}{25}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{12}{75}$

۳۱- به ازای چه مقادیری از a و b در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} (x-3)^2 + b, & x > 0 \\ ax + 2 - b, & x \leq 0 \end{cases}$ هر خط به موازات محور طول‌ها، نمودار تابع را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند؟

(۱) $b \leq 1, a > 0$ (۲) $b \geq 1, a > 0$ (۳) $b \leq 1, a < 0$ (۴) $b \geq 1, a < 0$

۳۲- به ازای کدام مقدار n ، نقطه‌ی می‌نیم نمودار تابع $f(x) = 2x^2 - mx + n + 1$ نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر محور x ‌ها خواهد بود؟

(۱) -۷ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) -۲

۳۳- رأس سهمی $y = x^2 + mx - \frac{1}{4}$ روی نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم مختصات واقع است. اگر این سهمی محور x ‌ها را در نقاط A و B قطع کند، طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۴- مجموعه‌ی مقادیر a برای اینکه منحنی سهمی به معادله‌ی $y = ax^2 - (a+2)x$ در ناحیه‌ی دوم محورهای مختصات قرار نداشته باشد، کدام است؟

(۱) $a \leq -2$ (۲) $a < -2$ (۳) $-2 < a < 0$ (۴) $-2 \leq a < 0$

(معادلات قدر مطلق)

مثال: حاصل هر عبارت را بدون قدر مطلق بنویسید.

۱) $|\pi - 4| + |2\pi - 3|$

۲) $|4 \div 2x - 3^2|$

مثال: عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$۱) \sqrt{(-۵)^2}$$

$$۲) \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$۳) \sqrt{4x^4 + 4x^2 + 1}$$

$$۴) \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$$

مثال: اگر $x^2 - x < 0$ باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$A = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$$

مثال: معادلات قدر مطلقى زیر را حل کنید.

$$۱) x|x| = -4$$

$$۲) 3^{2x} + |2x - 3| = 27$$

$$۳) x^2 - 5|x| + 4 = 0$$

$$۴) x + \frac{x}{|x|} = 3$$

مثال: معادله $|x - 4| - 2| = 3$ چند جواب دارد؟

مثال: معادلات قدر مطلقى زیر را حل کنید.

$$|x^2 - x| + x = 3$$

$$|3x - |x|| = x - 2$$

$$|x - 2| = |3x - 2|$$

مثال: معادلات زیر را حل کنید؟

$$۱) |2x-1|=3x$$

$$۲) |2x-1|=|3x|$$

$$۳) \left| \frac{x+1}{x-1} \right| = |2x+1|$$

نامعادلات قدرمطلق

مثال: از هر نامعادله، حدود x را بیابید؟

$$۱) |x| \leq 2$$

$$۲) |x| > 1$$

$$۳) 1 < |x| \leq 2$$

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی زیر کدام است؟

$$\frac{1}{|x-2|} > \frac{1}{3}$$

مثال: در هر یک حدود x را بنویسید؟

$$x^2 + 2x + 3|x+1| - 9 \geq 0$$

مثال: به ازای چه مقادیری از x ، خط $y=4$ زیر نمودار تابع $y=(x-2)^2$ قرار نمی گیرد؟

مثال: نامعادله ی زیر چند ریشه ی صحیح دارد؟

$$|2x-1| < |x+1|$$

$$\left| \frac{2x-2}{x+2} \right| \geq 1$$

مثال: معادلات قدر مطلقى زیر را حل کنید.

$$\left| 2 - \frac{1}{x} \right| = \frac{2x-1}{x}$$

$$\frac{|1+2x|}{1+2x} - \frac{x+2}{|x+2|} = 0$$

س د ۸۶: اگر رابطه ی $|x+y+z| \leq |x|+|y|+|z|$ به رابطه تساوی تبدیل شود، الزاماً سه عدد غیرصفر z, y, x چگونه اند؟

(۴) منفی

(۳) مثبت

(۲) هم علامت

(۱) مساوی هم

تست های تکمیلی (قدر مطلق)

۱- نمودار تابع $y = x - |x| + 2$ از کدام ناحیه عبور می کند؟

(۴) چهارم

(۳) دوم

(۲) سوم

(۱) اول

۲- نمودار تابع $f(x) = x|x| - 5|x| - 6$ محور طول ها را در چند نقطه قطع می کند؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۳- مساحت محدود به نمودار $y = 2 - |x|$ و محور طول‌ها چند واحد سطح است؟

۶(۴)

۴(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۴- مساحت مربع حاصل از تلاقی نمودارهای $y = |x + 1|$ و $y = 2 - |x + 1|$ کدام است؟

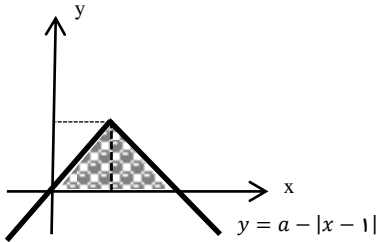
$\frac{3}{2}$ (۴)

۲(۳)

۳(۲)

۴(۱)

۵- نمودار مقابل مربوط به تابع $f(x) = a - |x - 1|$ است. مساحت ناحیه‌ی رنگی چقدر است؟



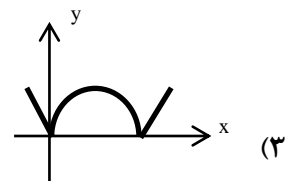
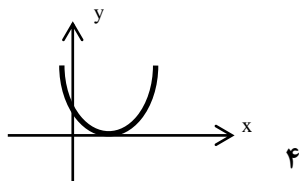
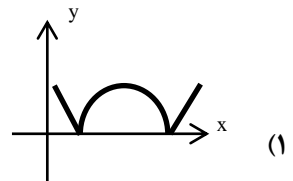
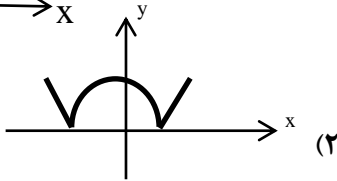
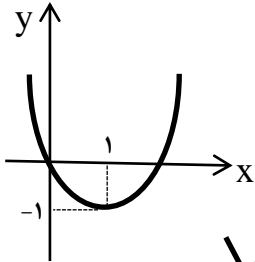
۱(۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۲(۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۶- اگر نمودار تابع به معادله‌ی $y = f(x)$ به صورت روبرو باشد، آنگاه نمودار $y = |f(x - 1)|$ شبیه کدام است؟



۷- خط $y = k$ نمودار تابع $y = ||x| - 1|$ را در سه نقطه قطع می کند. k کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸- کمترین مقدار عبارت $|x - 1| + |x + 3|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۵

۹- سطح محصور بین نمودار $y = |x - 1| + |x - 2|$ و نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۲

۱۰- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = |x| + |x + 2| + 2|x - 1|$ در چه فاصله‌ای تبدیل به تابع ثابت می شود؟

- (۱) $0 < x < 2$ (۲) $0 < x < 1$ (۳) $-2 < x < 0$ (۴) $-1 < x < 3$

۱۱- اگر $|2x - 3| + 3|y + 2| = 12$ ، کمترین مقدار x که در آن صدق می کند چه عددی است؟

- (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{15}{2}$ (۳) $-\frac{9}{2}$ (۴) $-\frac{15}{2}$

۱۲- معادله‌ی $2x + |x - 2| = 7$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- معادله‌ی $|x| + |2x - 1| = x$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب ندارد.

۱۴- اگر معادله‌ی $x^2 - 2|x| = k$ دارای چهار ریشه حقیقی باشد، حدود k کدام است؟

- (۱) $-1 < k < 0$ (۲) $0 < k < 1$ (۳) $k > 1$ (۴) $k > 0$

۱۵- مجموع جواب نامعادله‌ی $|x - 3| < |x - 1|$ کدام است؟

- (۱) $x > 2$ (۲) $x < 2$ (۳) $x < 0$ (۴) $x > 0$

۱۶- اگر $a < 0 < b$ و $|a| > |b|$ در این صورت $||a + b| - |a - b||$ برابر است با:

- (۱) $2a$ (۲) $-2a$ (۳) $3b$ (۴) $-2b$

۱۷- چه تعداد از نامساوی‌های زیر همواره برقرارند؟

$$|a - b| \leq |a| + |b| \quad |a - b| \geq |a| - |b| \quad |a + b| \geq |a| - |b|$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

۱۸- معادله‌ی $|x| + |x^2 - 1| = 2x$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- اگر مجموعه جواب معادله‌ی $|x - 2| + |x + 7| = |2x + 5|$ به صورت $(-\infty, \alpha] \cup [\beta, +\infty)$ باشد، حاصل $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

(تابع برآکت)

مثال: اگر $f(x) = x - \left[\frac{2^x}{\sqrt{[x]}} \right]$ حاصل $f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right)$ را بیابید.

س د ۹۱: برای هر عدد طبیعی $n > 2$ ، حاصل $[\sqrt{4n^2 - 3n + 1}] - 2[\sqrt{n^2 - 2n}]$ کدام است؟

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} [x] & x \notin Q \\ \pi & x \in Q \end{cases}$ آنگاه ضابطه ی تابع $y = f(f(x))$ را بیابید؟

س خ ۸۸: اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = ?$$

س د ۸۸: اگر جزء صحیح $(x^2 + x)$ برابر ۱- باشد، آنگاه $[x^{20}]$ کدام است؟

مثال: دامنه ی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{[x]-1}}$ را بیابید.

مثال: دامنه تابع $f(x) = \sqrt{([x] - \sqrt{2})(3 - [x])}$ را بنویسید.

مثال: تمام دامنه $f(x) = \frac{1}{[x]-3}$ را بیابید.

مثال: برد تابع $y = 3x - [3x] + 2$ را بیابید.

مثال: برد تابع $y=3x-2[x]+2$ را بیابید.

مثال: معادله ی $2x^2-5x+2=\frac{1}{[x]+[-x]}$ چند جواب دارد؟

مثال: اگر $f(x)=[x]+[-x]$ باشد، مجموع جواب های معادله ی $2x^2-x-1=f(x)$ را بیابید.

مثال: دامنه ی تابع $y=\frac{x-1}{[x]+[-x]}$ را بیابید؟

مثال: مجموعه جواب معادله زیر را بیابید ؟

$$[x]+[x-\frac{1}{3}]-[x+\frac{2}{3}]=1$$

رسم نمودار تابع $y=[f(x)]$

س خ ۸۶: نمودار تابع $y=2[\frac{x}{4}]+1, x \in [-2, 5)$ از چند پاره خط مساوی هم، تشکیل شده است؟

مثال: نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = [\sqrt{x}]$$

س خ ۹۱: نمودار تابع $y = [x^2]$ ، روی بازه $x \in (-2, 2)$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟

مثال: نمودار تابع $f(x) = [x] - |x-1|$ در بازه $[0, 2]$ از چند پاره خط مساوی تشکیل شده است؟

تست های تکمیلی (براکت)

۱- حاصل $[3x] + [5x]$ به ازای $x = -\sqrt{2}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- ۱۲(۱) ۱۴(۲) ۱۳(۳) ۱۵(۴)

۲- اگر $f(x) = |[5x] - [3x]|$ مقدار $f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

- ۱(۱) ۲(۲) صفر ۱(۳) ۲(۴)

۳- حاصل $||[7x] - [5x]||$ به ازای $x = -\frac{1}{4}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱(۱) ۵(۲) ۳(۳) ۷(۴)

۴- اگر $[-x] = -4$ ، آنگاه $[3x+5]$ چند مقدار می تواند بپذیرد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- ۲(۱) ۳(۲) ۴(۳) ۵(۴)

۵- اگر $[x] = a$ آنگاه $[a - x]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۱(۱) - ۲(صفر)

۱(۳) ۴(صفر یا -۱)

۶- اگر $\left[\frac{x+3}{x}\right] = 2$ باشد، مقدار $[x]$ چند جواب دارد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۲(۱) ۳(۲) ۴(۳) ۱(۴)

۷- اگر x زاویه‌ی حاده بوده و $a = \left[\frac{2}{3} + \tan x + \cot x\right]$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی تمام

مقادیری که a اختیار می‌کند، کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۱(۱) $N - \{1\}$ (۲) Z (۳) $N - \{1, 2\}$ (۴)

۸- اگر x عددی غیر صحیح باشد، حاصل $[x - 1] + [2 - x]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۱(صفر) ۱(۲) ۳(۰ یا -۱) ۴(۰ یا ۱)

۹- اگر مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی $1 = \left[x - \frac{1}{4}\right] - 2\left[x + \frac{1}{4}\right]$ بازه‌ی $[a, b]$ باشد $a + b$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۱(۴) - ۲(۳) ۴(۲) - ۴(۱)

۱۰- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $3 = \left[\frac{2x-1}{x+2}\right] - \left[\frac{1-2x}{x+2}\right]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

۱(۱) $\mathbb{R} - \{-7, -3, -1, 3\}$ (۲) $\{-7, -3, -1, 3\}$

۳(۳) $\mathbb{R} - \{-3, -1, 1, 3\}$ (۴) $\{-3, -1, 1, 3\}$

۱۱- نمودار تابع $y=x-[x], x \in [-2, 3]$ از n قطعه‌ی مساوی به طول L تشکیل شده است. دوتایی مرتب (n, L) کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(4, 1)$ (۲) $(4, \sqrt{2})$ (۳) $(5, 1)$ (۴) $(5, \sqrt{2})$

۱۲- اگر $f(x)=[x]$ ، آنگاه مجموعه مقادیر $f(f(x)-x)$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $\{-1, 0\}$ (۲) $\{0, 1\}$ (۳) $\{0\}$ (۴) $\{-1\}$

۱۳- اگر $y=x-1-2[\frac{x}{4}]$ حدود تغییرات y کدام است؟

- (۱) $[0, 2)$ (۲) $[-1, 1)$ (۳) $[-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ (۴) $[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

۱۴- اگر معادله‌ی $\frac{2x-a-1}{[x]} = 2$ همواره جواب غیر تهی داشته باشد، و حدود a به صورت (a, b) ، حاصل $b-a$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵- اگر $[x]=2$ و $[y]=3$ آنگاه $[x+y]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

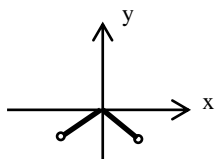
- (۱) فقط ۵ (۲) فقط ۶ (۳) ۵ یا ۶ (۴) ۴ یا ۵

۱۶- در تساوی $[x]+[y]=[x+y]$ حدود y به صورت (a, b) باشد، مقدار $b-a$ برابر است با؟

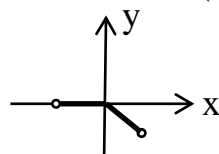
([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۲

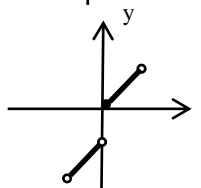
۱۷- نمودار تابع $y = [x] - |x|$ در بازه $(-1, 1)$ شبیه کدام گزینه است؟ [] نماد جزء صحیح است.



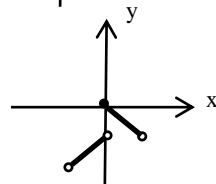
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x + [x]$ کدام خط زیر را قطع نمی‌کند؟ [] نماد جزء صحیح است.

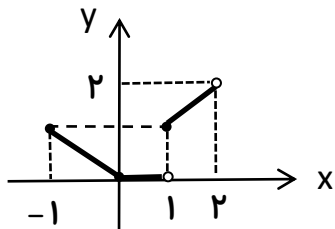
$$y = \frac{5}{2} \quad (۴)$$

$$y = \frac{3}{2} \quad (۳)$$

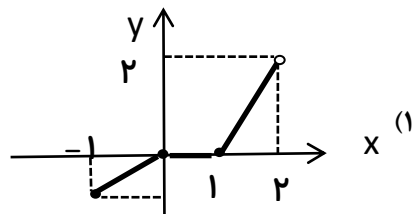
$$y = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$y = 0 \quad (۱)$$

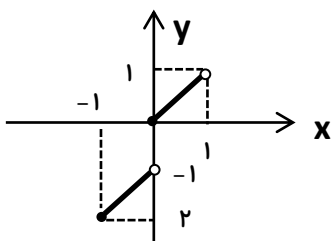
۱۹- نمودار $y = x[x]$ در بازه $(-1, 2)$ کدام است؟ [] علامت جزء صحیح است.



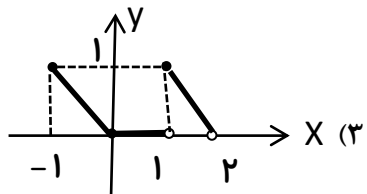
(۲)



(۱)

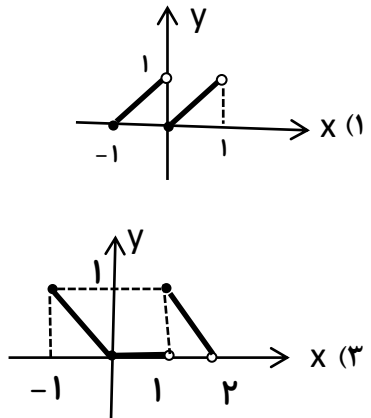
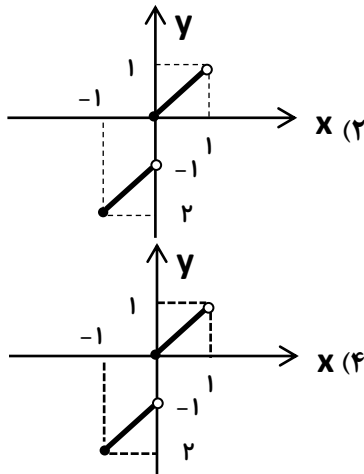


(۴)



(۳)

۲۰- نمایش هندسی تابع $y = x + [x]$ در فاصله $-1 \leq x \leq 1$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)



۲۱- نمودار $y = \frac{x}{[x+1]}$ روی فاصله $(-1, 1)$ به صورت: ([] نماد جزء صحیح است.)

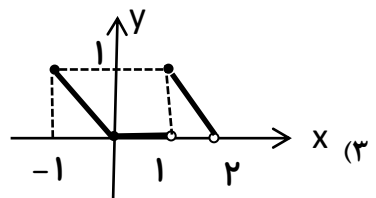
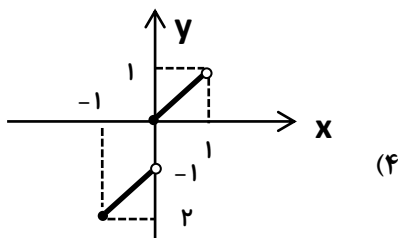
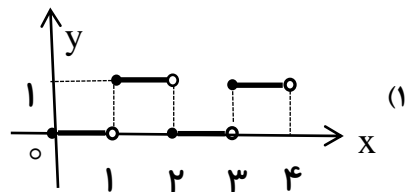
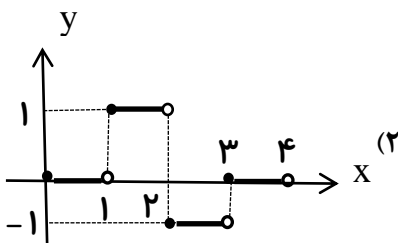
(۱) دو خط است.

(۲) یک پاره خط است.

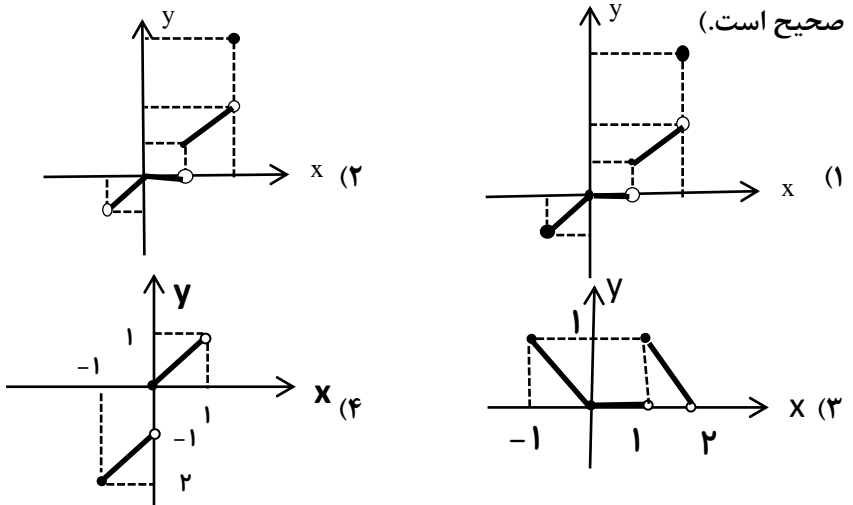
(۳) سه پاره خط است.

(۴) دو پاره خط است.

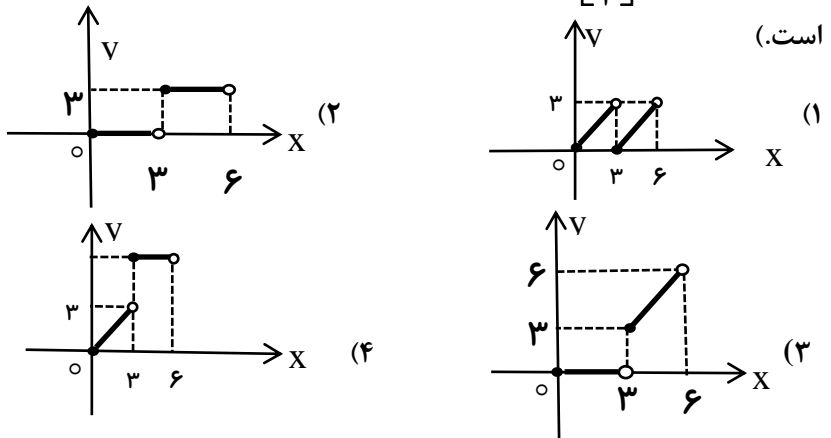
۲۲- نمودار تابع $y = \sin(\frac{\pi}{4}[x])$ در $0 \leq x \leq 4$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



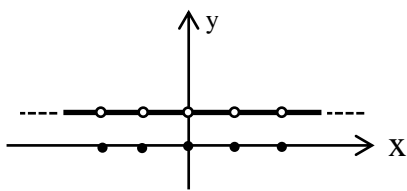
۲۳- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = |x|[\![x]\!]$ با شرط $-1 \leq x \leq 2$ کدام است؟ ([] نماد جزء



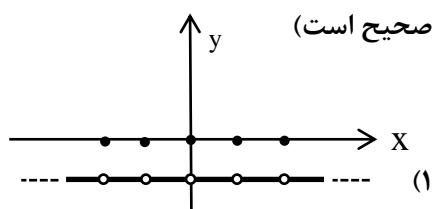
۲۴- نمودار تابع $y = x \left[\frac{x}{3} \right]$ در بازه $[0, 6]$ به کدام صورت است؟ ([] علامت جزء صحیح



۲۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{-1}{[x] + [-x]}$ شبیه به کدام گزینه است؟ ([] نماد جزء

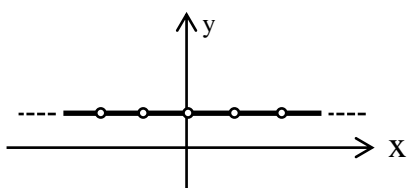


(۲)

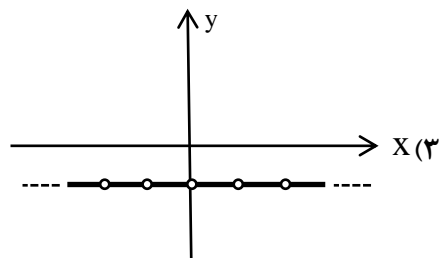


(۱)

(صحیح است)



(۴)



(۳)

۲۶- نمودار $y = x - [x] - \sin \frac{\pi[x]}{2}$ در بازه‌ی $[0, 4]$ از چند تکه پاره خط تشکیل شده است؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۷- مساحتی که ضابطه‌ی $[x][y] = 2$ مشخص می‌کند، چه عددی است؟

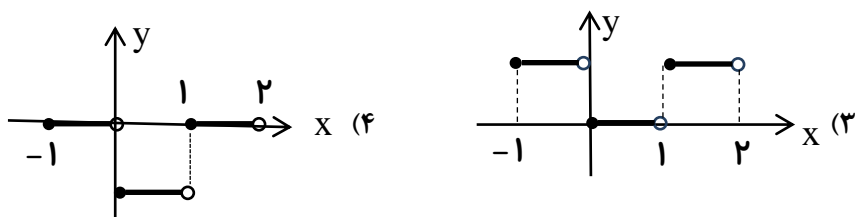
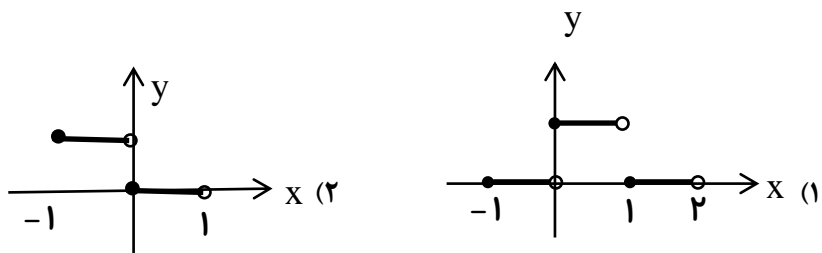
۸(۴)

۴(۳)

۲(۲)

۱(۱)

۲۸- نمودار تابع $y = \sqrt{1 - [x]^2}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



۲۹- معادله $|x| = [x]$ در بازه $[-2, 3]$ چند جواب دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۳۰- معادله $x = [x] + \frac{1}{4}$ در بازه $[-2, 4]$ چند ریشه دارد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۱- معادله $[|x| - 1] + [x + 2] = x$ چند جواب دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) بی شمار

۳۲- معادله $[3x] - [2x] - [x] = 1$ چند جواب دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) بی شمار (۳) صفر (۴) ۲

۳۳- معادله ی $[\frac{x}{3}] = \frac{x}{3}$ دارای چند جواب می باشد؟

- (۱) فاقد جواب (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۴- معادله ی $[\frac{12}{x-5}] + [\frac{12}{5-x}] = 0$ چند ریشه در مجموعه ی اعداد حقیقی دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۶ (۴) بی شمار

۳۵- مجموعه جواب نامعادله ی $[x] + [2x] + [4x] \leq 0$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(-\infty, \frac{1}{2})$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{4})$ (۴) $(-\infty, 0)$

۳۶- اگر $[x^2 - 5x] = 2$ و $[x^2 + x] = 4$ آنگاه $[x^2 - 2x]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- معادله ی $[3x] - [-3x] = 2$ چند جواب دارد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

۳۸- مجموعه ی جواب های معادله ی $[x] + [3x] = 0$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, \frac{1}{3})$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(\frac{-1}{3}, 0)$

۳۹- معادله ی $2[x^2] + 4[x] - 1 = 0$ چند ریشه دارد؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) بی شمار (۳) ۲ (۴) ریشه ندارد.

لگاریتم ۱ (مفاهیم)

مثال:

$$\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \dots + \log \frac{n}{n+1} = ?$$

$$x=10 \quad \left(\frac{1}{2} \log 15 - \log 3 \right)$$

بازی با مبنا

مثال: حاصل های زیر را بدست آورید.

$$\frac{\log \sqrt{24}}{\log \sqrt{2}} - \frac{\log 36}{\log 4} = ?$$

$$\log \frac{(\sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}})}{(x^3 \sqrt{x})} = ?$$

س خ ۹۰: اگر $\log 5 = 3k$ باشد، $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

س د ۹۰: اگر $\log 2 = k$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2\log(1 + \sqrt{5}) = ?$$

س خ ۸۸: اگر a و b ریشه های معادله $x^2 - 10x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a+b)$ کدام است؟

س د ۸۸: اگر $4^a = 2\sqrt{3}$ ، لگاریتم $(4a+1)$ در پایه ی ۴ کدام است؟

س د ۸۷: اگر لگاریتم a در پایه $\sqrt{3}$ برابر با $\frac{4}{3}$ باشد، آن گاه لگاریتم $(a^3 + 7)$ در پایه ی ۸ کدام است؟

س خ ۸۶: اگر $\log_4^2 = \alpha$ باشد، عدد $4^{\alpha-2}$ کدام است؟

س د ۸۶: اگر $\log_3 + \log_4 \sqrt[4]{3} = \log(81)^k$ آنگاه لگاریتم $\frac{5}{k}$ در پایه ی ۲ کدام است؟

س خ ۹۱: نمودار توابع $f(x) = \log_2 \frac{1}{x}$ و $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ نسبت به هم چگونه اند؟

(۱) $f(x)$ بالاتر (۲) $g(x)$ بالاتر

(۳) منطبق اند. (۴) فقط در یک نقطه متقاطع

لگاریتم ۲ (معادلات و نامعادلات)

مثال: برد تابع $f(x)=|\log x|+1$ ؟

مثال: نمودار معکوس تابع $y=\log(x+1)$ را رسم کنید.

دامنه ی تابع لگاریتمی

س خ ۸۹: از دو معادله ی $\log_7 x = 1 + \log_7 (y+1)$ و $x^2 - y^2 = 32$ مقدار لگاریتم $(x+y)$ در پایه ی ۴ کدام است؟

س خ ۸۷: از معادلات $\log(y-x) + \log(4x+y) = 2$ و $\log(y+2) = 1$ ، مقدار x کدام است؟

مثال: چه تعداد از روابط زیر صحیح است؟

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{2}}^{100} > \log_{\frac{1}{2}}^{100}$$

$$\text{b) } \log_{\frac{1}{3}}^5 > \log_{\frac{1}{3}}^7$$

$$\text{c) } \log_{\sqrt{25}}^{\frac{1}{2}} > \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{2}}$$

س ۸۶: دامنه ی تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ به کدام صورت است؟

مسائل کاربردی توابع نمایی

س ۹۱: در یک نوع کشت، تعداد باکتری ها پس از گذشت t دقیقه برابر $f(t)$ است که

$$f(t) = 2000e^{0.012t}, \text{ پس از چه مدت تعداد باکتری ها } 10000 \text{ می شود؟ } (\ln 5 = 1/68)$$

س ۹۱: تعداد باکتری ها در یک نوع کشت، بعد از t دقیقه به صورت $f(t) = Ae^{kt}$ است.

اگر تعداد این باکتری ها در شروع کشت ۸۰۰ و در دقیقه ی بیستم برابر ۳۲۰۰ باشد، در

دقیقه ی سی ام تعداد آن ها کدام است؟

۴- حاصل عبارت $(\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 7)(\log_{21} 63)$ کدام است؟

۱(۱) $\log_3 7$ (۲) $2(3)$ $\log_7 3$ (۴)

۵- حاصل $\frac{1}{\log_{n\sqrt{a}} ab} + \frac{1}{\log_{n\sqrt{b}} ab}$ کدام است؟

۱(۱) n (۲) $\frac{1}{n}$ (۳) $\log a$ (۴) $\log b$

۶- اگر $\log 3 = 0.4$ ، $\log 7 = 0.8$ و $\log 28 = 1.4$ باشد، مقدار $\log \frac{49}{3^3 \sqrt{12}}$ کدام است؟

۱(۱) $\frac{7}{15}$ (۲) $\frac{8}{15}$ (۳) $\frac{11}{15}$ (۴) $\frac{13}{15}$

۷- اگر $\log 2 \approx 0.3$ ، $\log 7 \approx 0.8$ و $\log 3 = 0.4$ مقدار تقریبی $\log \frac{49 \sqrt{5}}{12^4 \sqrt{3}}$ کدام است؟

۱(۱) 0.5 (۲) 0.3 (۳) 0.6 (۴) 0.4

۸- اگر لگاریتم عدد $12/5$ در پایه ۲ برابر $3/64$ باشد آنگاه لگاریتم 100 در پایه ۴ کدام است؟

۱(۱) $3/12$ (۲) $3/32$ (۳) $3/48$ (۴) $3/72$

۹- حاصل $\frac{(\log 8)^2 - (\log 2)^2}{\log \sqrt{2} \log 4}$ کدام است؟

۱(۱) 2 (۲) 4 (۳) 6 (۴) 8

۱۰- اگر $\log_5^2 = a$ باشد، مقدار $\log_8^{\sqrt{5}} + \log_{\sqrt{8}}^{25}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}a$ (۲) $\frac{4}{3}a$ (۳) $\frac{2}{3}a$ (۴) $\frac{3}{4}a$

۱۱- اگر $\log_y^x = 3$ باشد، مقدار عددی $\log_{\sqrt{8}}^y + \log_{\sqrt[3]{x}}^{y^2}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{64}{9}$ (۴) 24

۱۲- اگر $\log_8^{18} = a$ باشد، مقدار \log_6^a بر حسب a کدام است؟

- (۱) $\frac{3a-1}{4}$ (۲) $\frac{3a}{4}$ (۳) $\frac{3a+1}{4}$ (۴) $\frac{3a-1}{2}$

۱۳- اگر $A = \log_9^{\sqrt[4]{27}}$ باشد، حاصل $\log_6^{\frac{1}{A}}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $1/5$ (۴) $2/5$

۱۴- حاصل $\frac{1}{\log_{108}^3} - \frac{1}{\log_4^3}$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) 9 (۳) 6 (۴) 12

۱۵- اگر $A = \frac{1}{\log_{120}^2} - \frac{1}{\log_2^2}$ باشد، مقدار لگاریتم $12A$ در مبنای $A+3$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۶- اگر $ab=10000$ باشد، ماکزیمم $\log a \cdot \log b$ کدام است؟

۲(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 4 (۳) 16 (۴)

۱۷- اگر $\log_7^x + \log_7^{(x+1)} = 1$ باشد، مقدار \log_{x+7}^{2x} کدام است؟

۳(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 2 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۱۸- اگر $a = \sqrt[3]{4 \log_4^3 \sqrt[3]{8} - 1}$ باشد، جواب معادله $\log_a^{(x+1)} + \log_a^{(x-1)} = 6$ کدام است؟

۲(۱) -2 (۲) 3 (۳) -3 (۴)

۱۹- از دستگاه $\begin{cases} \log x + \log 2y = \log(xy+2) \\ \log(1-x) + \log y = \log(3x+5) \end{cases}$ مقدار $y-3x$ کدام است؟

۳(۱) 6 (۲) 4 (۳) 7 (۴)

۲۰- از دستگاه $\begin{cases} 3 \log_3^{(2x+y)} = 5 \\ 2^{x+y} = 16 \end{cases}$ مقدار y کدام است؟

۱(۱) 3 (۲) 2 (۳) 4 (۴)

۲۱- اگر $\log_x^{(x+\frac{4}{x})} + \log_x^2 + 1 = \log_x^{10x}$ باشد، $\frac{2}{x}$ کدام است؟

۴(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) 2 (۴)

۲۲- معادله $x + \log_3^x = 0$ چند جواب دارد؟

۱) دو جواب ۲) سه جواب

۳) یک جواب در بازه $(1, 2)$ ۴) یک جواب در بازه $(0, 1)$

۲۳- اگر $f(x) = \log_x^{(2x+4)}$ باشد، مقدار $f(2)f(8)$ کدام است؟

- (۱) \log_5^5 (۲) $2 + \log_5^5$ (۳) $1 + \log_5^5$ (۴) $3 + \log_5^5$

۲۴- اگر $a = \frac{1}{\log_3^2} + \frac{1}{\log_4^2}$ باشد، حاصل $\log_{(a^2+7)}^{\sqrt{a+1}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۵- اگر $\log(x+1) + \log(x-1) = 2 \log \sqrt{\lambda x - 8}$ باشد، مقدار $\log_7^{(x+1)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) 0.8 (۴) ۳

۲۶- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\log_3^x + \log_{\sqrt{x}}^3 = 3$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

۲۷- معادله‌ی $\log_9^{x^2} + \log_3^{1-2x} = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) هیچ

۲۸- اگر $2 \log_6^{\sqrt{x}} + \log_6^{(x-1)} = 1$ باشد، مقدار $\log_{(x-1)}^{(x+5)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹- از معادله‌ی $\log(x^2+2) \log(x+2) + \frac{1}{2} \log(2x+1)$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۳۰- معادله‌ی $\log_7^{(2x+1)} - \log_{\sqrt{7}}^x = x \log_x^2$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) جواب ندارد.

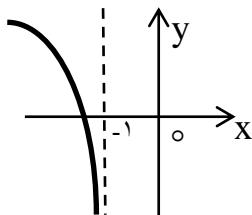
۳۱- معادله $\frac{4}{3} \log_8^{(2x)} + \log_8^{(x^2 - 2x + 1)} = \frac{4}{3}$ دارای چند جواب است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) چهار

۳۲- اگر $\log A$ و $\log B$ ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\log AB}{\log A \log B}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۴

۳۳- نمودار مقابل، مربوط به کدام تابع است؟



(۱) $y = \log(x + 1)$ (۲) $y = -\log(x + 1)$

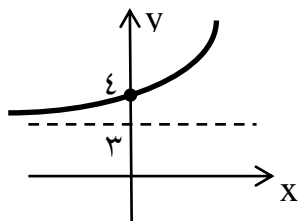
(۳) $y = \log(-1 - x)$ (۴) $y = -\log(-1 - x)$

۳۴- کدام تابع زیر از سه ناحیه‌ی دستگاه مختصات عبور می‌کند؟

(۱) $f(x) = \log(x - 1)$ (۲) $f(x) = 2^{x-2}$

(۳) $f(x) = \log(x + 1)$ (۴) $f(x) = 2^x - 2$

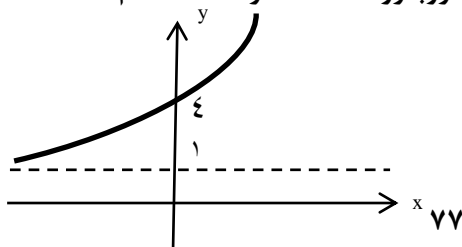
۳۵- نمودار تابع $y = a^x + b$ به صورت روبرو است. $a + b$ کدام است؟



(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۳/۵ (۴) ۵

۳۶- نمودار تابع $f(x) = b + 3^{x+a}$ به صورت روبرو است. مقدار $a + b$ کدام است؟



(۱) ۲ (۲) ۱

(۳) ۳ (۴) ۴

۳۷- معکوس تابع $f(x) = \log_2(2x) - \log_2(x-2)$ در بازه $(2, +\infty)$ کدام است؟

$$y = \frac{2^{2x+1}}{2^x - 2} \quad (2) \qquad y = \frac{2}{2^{x+1} - 2} \quad (1)$$

$$y = \frac{2^{x+1}}{2^x - 2} \quad (4) \qquad y = \frac{2^x}{2^{x+1} - 2} \quad (3)$$

۳۸- از دستگاه $\begin{cases} e^{x+y} = 25 \\ e^{x-y} = \frac{1}{4} \end{cases}$ حاصل $2y - x$ کدام است؟

$2 \ln 5$ (۱) $\ln 5 + 2 \ln 2$ (۳) $2 \ln 2 + \ln 10$ (۲) $2 \ln 10$ (۴)

۳۹- فرض کنیم تعداد باکتری ها در یک نوع کشت در دقیقه t ، از معادله $p(t) = ae^{kt}$ به دست آید. اگر ضریب رشد، 0.3 باشد، بعد از چند دقیقه تعداد باکتری ها 25 برابر می شود؟ ($\ln 5 = 1/62$)

54 (۴) 128 (۳) 108 (۲) 64 (۱)

۴۰- در یک آزمایش تکثیر سلول ها، بعد از 2 ساعت از شروع آزمایش تعداد سلول ها برابر 12 و بعد از 4 ساعت از شروع آن برابر 108 است. تعداد سلول ها، یک ساعت پس از شروع آزمایش چقدر است؟ (تکثیر سلول ها از تابع نمایی پیروی می کند.)

16 (۴) 8 (۳) 4 (۲) 2 (۱)

۴۱- اگر نرخ سود مشارکت در سرمایه گذاری 23% مرکب پیوسته باشد، چند سال طول می کشد تا سرمایه ی یک فرد در این سرمایه گذاری 2 برابر شود؟ ($\ln 2 = 0.69$)

4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 1 (۱)

۴۲- در سال 1380 جمعیت کشوری 60 میلیون نفر برآورد شده است. اگر ضریب رشد سالانه ی جمعیت $3 \ln 3 / 100$ باشد، پس از چند سال جمعیت این کشور 3 برابر می شود؟

30 (۴) سال 60 (۳) سال 50 (۲) سال 40 (۱) سال

